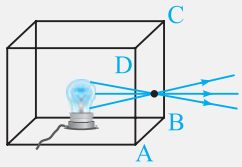
۱- (۱) برای پاسخ دادن به این تست، ابتدا به خلاصه نکات زیر توجه کنید:

خلاصه نکات ۱

منبع نور نقطه‌ای

(تست‌های ۱ و ۲)

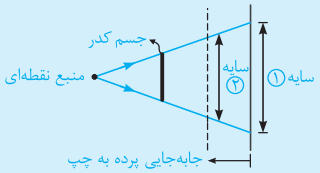
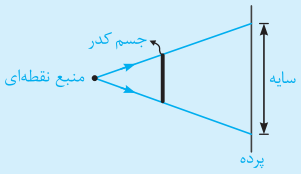
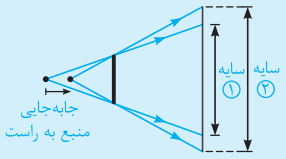
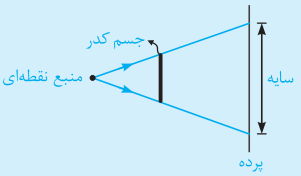
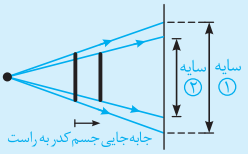
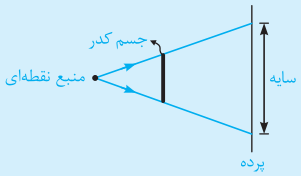


اگر ابعاد یک منبع تولیدکننده‌ی نور ناچیز باشد، می‌توان آن را در حکم یک منبع نور نقطه‌ای دانست. به‌عنوان یک مثال ساده و قابل درک برای شما دانش‌آموزان عزیز، اگر یک لامپ روشن را در درون یک جعبه‌ی مقوایی قرار دهیم و روی وجه ABCD آن یک سوراخ ایجاد کنیم، یک منبع نور نقطه‌ای ساخته‌ایم.

نکات مهم و کاربردی:

۱ در این حالت اگر جسم کدری مانند یک توپ فوتبال مقابل منبع نور نقطه‌ای قرار گیرد، بر روی پرده تنها سایه ایجاد می‌شود.

۲ در این حالت با جابه‌جا کردن پرده، منبع یا جسم کدر، با رسم شکل ساده‌ای می‌توان نحوه‌ی تغییرات سایه را بررسی کرد. برای درک بهتر به جدول زیر توجه شود:

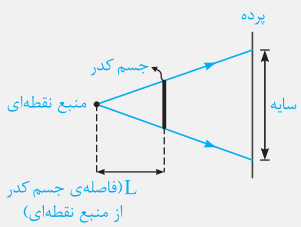
نحوه‌ی تغییرات سایه	شکل پس از ایجاد تغییر موردنظر	شکل اصلی
سایه کوچک می‌شود.	* جابه‌جایی پرده به سمت چپ 	
سایه بزرگ می‌شود.	* جابه‌جایی منبع نور نقطه‌ای به سمت راست  (پرتوها بازتر شده است.)	
سایه کوچک می‌شود.	* جابه‌جایی جسم کدر به سمت راست  (پرتوها جمع‌تر شده است.)	

۳ همان‌گونه که مشاهده می‌شود رسم یک شکل ساده و بررسی وضعیت سایه، کار ساده‌ای است. اما در حالت‌هایی که جسم و یا منبع جابه‌جا می‌شوند با بیان یک نکته‌ی ساده، زحمت کشیدن شکل را نیز از روی دوش شما دانش‌آموزان عزیز برمی‌داریم.

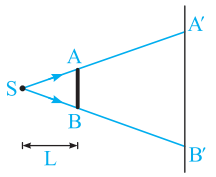
اصل اساسی: در شکل روبه‌رو، ابعاد سایه با پارامتر L (فاصله‌ی بین جسم کدر و منبع نور) رابطه‌ی عکس دارد. به‌عبارتی کم شدن L باعث افزایش ابعاد سایه شده و زیاد شدن L باعث کاهش ابعاد سایه می‌شود.

$L \uparrow \Rightarrow$ ابعاد سایه کاهش می‌یابد.

$L \downarrow \Rightarrow$ ابعاد سایه افزایش می‌یابد.



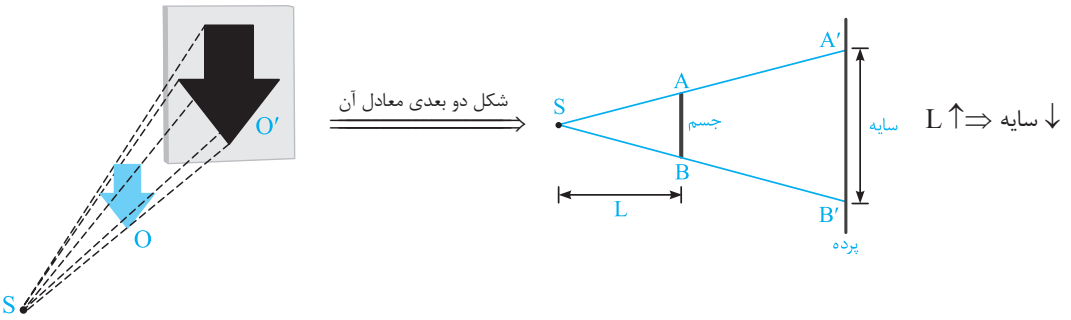
توجه: این اصل اساسی در مواردی که جسم کدر یا منبع نقطه‌ای جابه‌جا می‌شود، کاربرد دارد و در مواردی که پرده را جابه‌جا می‌کنیم، از کشیدن شکل برای بررسی نحوه‌ی تغییرات سایه کمک می‌گیریم.



با توجه به خلاصه نکات (۱)، با نزدیک کردن توپ (جسم کدر AB) به چشمه‌ی نور نقطه‌ای، فاصله‌ی بین منبع و جسم کدر (L) کاهش‌یافته و ابعاد سایه افزایش می‌یابد.

نزدیک کردن توپ به منبع نور نقطه‌ای : $L\downarrow \Rightarrow$ سایه $\uparrow$

۲- (۱) با توجه به مفاهیم مطرح شده در خلاصه نکات (۱)، با دور کردن نقطه‌ی نورانی S، طول L (فاصله‌ی بین جسم و نقطه‌ی نورانی) افزایش می‌یابد، بنابراین ابعاد سایه کوچک‌تر می‌شود.



در ادامه با کمی دقت می‌توان فهمید برای ثابت ماندن اندازه‌ی سایه، باید پرده را از جسم دور کنیم تا باعث افزایش سایه شود و کاهش سایه‌ی قسمت قبل را جبران کند (در شکل فوق، به‌صورت ذهنی کمی پرده را به سمت راست جابه‌جا کنید. به‌راحتی مشخص است که سایه بزرگ می‌شود).

دقت: همان‌طور که مشاهده کردید، در بحث جابه‌جایی پرده، برای بررسی تغییرات سایه از اصل اساسی کمک نگرفتیم.

۳- (۲) برای پاسخ دادن به این تست، ابتدا به خلاصه نکات زیر توجه کنید:

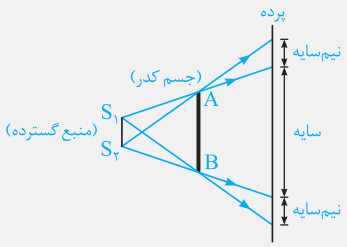
خلاصه نکات ۴

منبع گسترده با قطر کوچک‌تر از جسم کدر ($S_1S_2 < AB$)

(تست‌های ۳ و ۴)

در این قسمت می‌خواهیم به بررسی تغییرات سایه و نیم‌سایه در حالتی‌که یک جسم در مقابل یک منبع نور گسترده با قطر کوچک‌تر از جسم قرار دارد، بپردازیم.

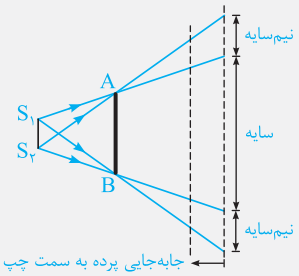
در شکل نشان داده شده، یک جسم کدر در مقابل یک منبع نور گسترده با قطر کم‌تر از جسم قرار گرفته است. در این حالت بر روی پرده علاوه بر سایه، نیم‌سایه نیز تشکیل می‌شود.



قطر جسم کدر $(AB) >$ قطر منبع (S_1S_2)

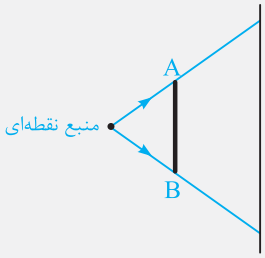
برای بررسی نحوه‌ی تغییرات سایه و نیم‌سایه در این حالت با یک روش تستی و بسیار ساده کافیست به نکات زیر توجه شود:

۱ به شکل مقابل دقت کنید، همان‌گونه که مشاهده می‌شود با جابه‌جایی پرده به سمت چپ، سایه و نیم‌سایه هر دو کوچک‌تر می‌شود. از طرفی اگر پرده به سمت راست جابه‌جا شود، سایه و نیم‌سایه هر دو بزرگ‌تر می‌شود. با توجه به این موضوع می‌خواهیم یک نتیجه‌گیری کلی برای شما بکنیم که به راحتی می‌توان در مسائل این قسمت از آن استفاده کرد:

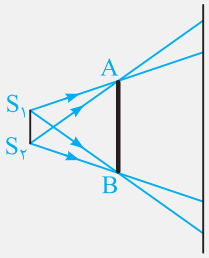


موضوع کاربردی: **اگر قطر جسم کدر از قطر منبع بزرگ‌تر باشد**، با جابه‌جایی جسم کدر، منبع و یا پرده، تغییرات سایه و نیم‌سایه همواره با یک‌دیگر هماهنگ است. به‌عبارتی سایه و نیم‌سایه هر دو یا کوچک شده و یا هر دو بزرگ می‌شوند. با توجه به این موضوع در این‌گونه تست‌ها دو گزینه را می‌توان حذف کرد.

۲ در این حالت اگر S_1S_2 (قطر منبع نور) به سمت صفر میل کند، منبع نور نقطه‌ای ایجاد می‌شود. به‌عبارت بهتر منبع نور نقطه‌ای حالت خاص یک منبع است که قطر آن از قطر جسم کدر کوچک‌تر است.

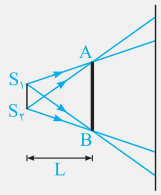


(منبع نقطه‌ای)



(قطر منبع کوچک‌تر از قطر جسم کدر است.)

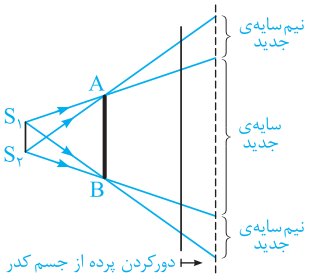
نکته‌ی اساسی: با توجه به این‌که منبع نور نقطه‌ای، حالت خاص منبع نور گسترده‌ی کوچک‌تر از جسم است، در حالت کلی می‌توان نشان داد که در این حالت نیز مانند حالت منبع نور نقطه‌ای، ابعاد سایه با پارامتر L (فاصله‌ی بین جسم کدر و منبع نور) رابطه‌ی عکس دارد. از طرفی در این حالت نحوه‌ی تغییرات ابعاد سایه با نیم‌سایه یکسان بوده و در نتیجه ابعاد نیم‌سایه نیز با پارامتر L رابطه‌ی عکس دارد.



	ابعاد سایه	ابعاد نیم‌سایه
افزایش L	کاهش	کاهش
کاهش L	افزایش	افزایش

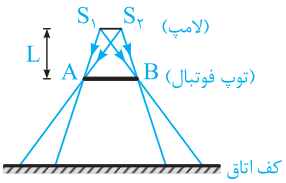
تذکر: در حالتی‌که طراح پرده را جابه‌جا می‌کند، رسم شکل کار بسیار ساده‌ای بوده و پس از حذف دو گزینه با کمک نتیجه‌ی ارائه شده، با رسم شکل به سادگی به جواب تست می‌رسیم (وقتی پرده جابه‌جا می‌شود، نکته‌ی اساسی بیان شده کاربرد ندارد).

با توجه به این‌که قطر منبع نور کوچک‌تر از قطر جسم کدر است، با تغییر انجام شده ابعاد سایه و نیم‌سایه هر دو یا کوچک شده و یا هر دو بزرگ می‌شوند و در نتیجه گزینه‌های (۱) و (۳) نادرست است.
با توجه به این‌که در این سؤال پرده جابه‌جا شده است، برای بررسی نحوه‌ی تغییرات سایه و نیم‌سایه، شکل ساده‌ای را رسم می‌کنیم:



سایه و نیم‌سایه هر دو بزرگ‌تر می‌شود. ⇒ با توجه به شکل

۴- (۱) با توجه به این‌که قطر منبع نور (لامپ کوچک) از قطر جسم کدر (توپ فوتبال) کوچک‌تر است، سایه و نیم‌سایه هر دو یا بزرگ شده و یا هر دو کوچک می‌شوند و در نتیجه گزینه‌های (۳) و (۴) نادرست است. با توجه به این‌که توپ را به کف اتاق نزدیک کرده‌ایم، فاصله‌ی L افزایش یافته و ابعاد سایه و نیم‌سایه هر دو کاهش می‌یابد.



یعنی افزایش $L(\uparrow)$ ⇒ نزدیکی توپ به کف اتاق

$L\uparrow \Rightarrow$ سایه $\downarrow$ و نیم‌سایه $\downarrow \Rightarrow$ (قطر سایه کوچک و قطر نیم‌سایه نیز کوچک می‌شود)

۵- (۱) برای پاسخ دادن به این تست، ابتدا به خلاصه نکات زیر توجه کنید:

خلاصه نکات ۳

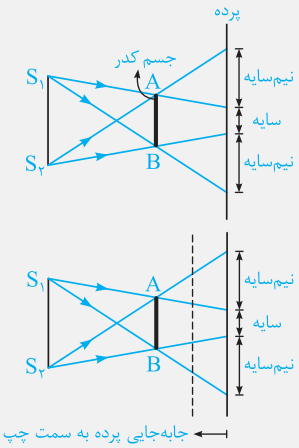
منبع گسترده با قطر بزرگ‌تر از جسم کدر ($S_1S_2 > AB$)

(تست‌های ۵ تا ۱۲)

در این قسمت می‌خواهیم به بررسی تغییرات سایه و نیم‌سایه در حالتی‌که یک جسم در مقابل یک منبع نور گسترده با قطر بزرگ‌تر از جسم قرار دارد، بپردازیم.

در شکل مقابل، یک جسم کدر در مقابل یک منبع نور گسترده با قطر بزرگ‌تر از جسم قرار گرفته است. در این حالت بر روی پرده سایه و نیم‌سایه تشکیل می‌شود.

قطر جسم کدر (AB) < قطر منبع (S_1S_2)

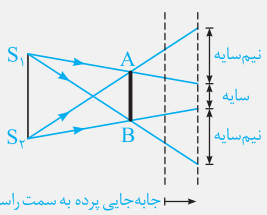


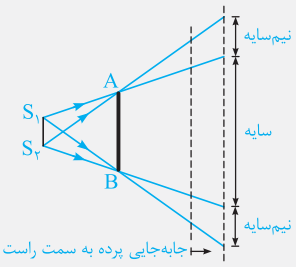
برای بررسی نحوه‌ی تغییرات سایه و نیم‌سایه در این حالت با یک روش تستی و بسیار ساده، کافیست به نکات زیر توجه شود:

۱ به شکل مقابل دقت کنید، همان‌گونه که مشاهده می‌شود، با جابه‌جایی پرده به سمت چپ، ابعاد سایه بزرگ شده و ابعاد نیم‌سایه کوچک می‌شود. از طرفی اگر پرده به سمت راست جابه‌جا شود، ابعاد سایه کوچک شده و ابعاد نیم‌سایه بزرگ می‌شود. با توجه به این موضوع می‌خواهیم مشابه با خلاصه نکات قبل یک نتیجه‌گیری کلی برای شما بکنیم که به راحتی بتوان در مسائل این قسمت از آن استفاده کرد.

بحث کاربردی ۱: اگر قطر جسم کدر از قطر منبع نور کوچک‌تر باشد $(S_1S_2 > AB)$، با جابه‌جایی جسم کدر، منبع یا پرده، نحوه‌ی تغییرات ابعاد سایه و نیم‌سایه همواره برعکس یک‌دیگر است. به‌عبارتی یا ابعاد سایه بزرگ و ابعاد نیم‌سایه کوچک شده و یا ابعاد سایه کوچک و ابعاد نیم‌سایه بزرگ می‌شود.
با توجه به این موضوع در این‌گونه تست‌ها، دو گزینه را می‌توان حذف کرد (گزینه‌هایی که تغییرات سایه و نیم‌سایه در آن‌ها هماهنگ است، صحیح نیست).

۲ به شکل‌های زیر توجه کنید:

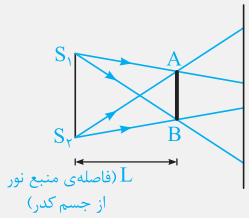




همان‌گونه که مشاهده می‌کنید، با دور کردن پرده از جسم کدر، در هر دو حالت نیم‌سایه بزرگ شده است. این موضوع اتفاقی نبوده و در مورد آن می‌توان به نتیجه‌ی مهم زیر در حالت کلی اشاره کرد:

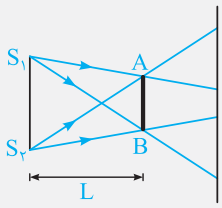
بحث کاربردی ۲: به خاطر داریم در حالتی‌که قطر منبع نور از قطر جسم کدر کوچک‌تر بود، نحوه‌ی تغییرات ابعاد نیم‌سایه با L رابطه‌ی عکس داشت. در حالتی‌که قطر منبع نور از قطر جسم کدر بزرگ‌تر باشد نیز نحوه‌ی تغییرات ابعاد نیم‌سایه با L رابطه‌ی عکس دارد. (همواره تغییرات قطر نیم‌سایه برعکس L است).

افزایش قطر نیم‌سایه ⇒ کاهش L و کاهش قطر نیم‌سایه ⇒ افزایش L



۳ با توجه به نتیجه‌ی (۱) در حالتی‌که قطر منبع نور از قطر جسم کدر بزرگ‌تر است، تغییرات ابعاد سایه و نیم‌سایه برعکس یک‌دیگر است. با توجه به این موضوع نحوه‌ی تغییرات سایه در این حالت با L رابطه‌ی مستقیم دارد. به‌عبارتی با افزایش L در این حالت، ابعاد سایه افزایش یافته و بالعکس.

قطر نیم‌سایه	قطر سایه	
کاهش	افزایش	افزایش L
افزایش	کاهش	کاهش L



جمع‌بندی:

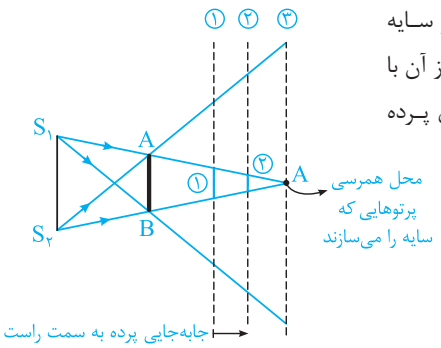
حالت کلی ۱ (افزایش فاصله‌ی بین منبع نور و جسم کدر) ⇐ L افزایش می‌یابد.		
↓ سایه ⇒ L ↑	منبع نور نقطه‌ای	حالت ۱
↓ نیم‌سایه و ↓ سایه ⇒ L ↑	قطر جسم کدر < قطر منبع	حالت ۲
↓ نیم‌سایه و ↑ سایه ⇒ L ↑	قطر جسم کدر > قطر منبع	حالت ۳

حالت کلی ۲ (کاهش فاصله‌ی بین منبع نور و جسم کدر) ⇐ L کاهش می‌یابد.		
↑ سایه ⇒ L ↓	منبع نور نقطه‌ای	حالت ۱
↑ نیم‌سایه و ↑ سایه ⇒ L ↓	قطر جسم کدر < قطر منبع	حالت ۲
↑ نیم‌سایه و ↓ سایه ⇒ L ↓	قطر جسم کدر > قطر منبع	حالت ۳

و اما جمع‌بندی نهایی: همان‌گونه که مشاهده می‌شود در مقایسه‌ی سه حالت، هنگامی‌که جسم کدر یا منبع جابه‌جا می‌شود، تغییرات سایه و نیم‌سایه همواره با L رابطه‌ی عکس دارد، به‌جز سایه در حالت سوم (که در آن قطر منبع بزرگ‌تر از قطر جسم کدر است).

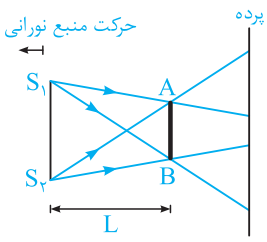
مجدداً تأکید می‌شود هنگامی‌که پرده را جابه‌جا کردیم، پاسخ سؤال باید با کشیدن یک شکل ساده به‌دست آید.

با توجه به شکل مقابل، با دور کردن پرده از توپ (جابه‌جایی پرده به سمت راست)، قطر سایه کاهش یافته و هنگامی‌که پرده در محل (۳) قرار می‌گیرد، قطر سایه صفر می‌شود. پس از آن با جابه‌جایی پرده به سمت راست و دور کردن آن از جسم کدر، دیگر سایه‌ای بر روی پرده تشکیل نمی‌شود.



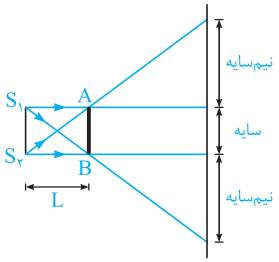
۶- (۲) با توجه به شکل، قطر منبع از قطر جسم کدر (مانع کدر) بزرگ‌تر است، تغییرات سایه و نیم‌سایه برعکس یک‌دیگر بوده و گزینه‌های (۱) و (۴) صحیح نمی‌باشد. از طرفی با دور کردن منبع نوری از مانع کدر، فاصله‌ی L افزایش یافته و در این حالت ابعاد سایه افزایش و ابعاد نیم‌سایه کاهش می‌یابد.

↓ نیم‌سایه و ↑ سایه ⇒ L ↑ : دور کردن منبع نورانی از مانع کدر در حالت (۳)



۷- (۱)

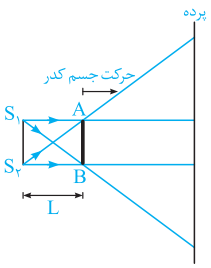
نکته‌ی کاربردی: در مسائل سایه و نیم‌سایه، هنگامی‌که قطر جسم کدر و قطر منبع نورانی با یک‌دیگر برابر است، قطر سایه نیز با قطر آن‌ها برابر بوده و در این حالت با جابه‌جایی جسم، پرده و یا منبع، قطر سایه همواره ثابت باقی می‌ماند. در این‌حالت ابعاد نیم‌سایه در حالتی‌که فاصله‌ی بین منبع نور و جسم کدر تغییر می‌کند، با L رابطه‌ی عکس دارد.



$L \uparrow \Rightarrow$ نیم‌سایه و سایه (ثابت) $\downarrow$

$L \downarrow \Rightarrow$ نیم‌سایه و سایه (ثابت) $\uparrow$

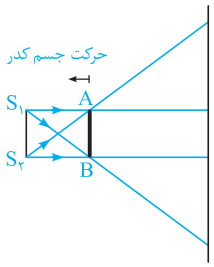
در این سؤال، با توجه به این‌که قطر سایه و جسم کدر با یک‌دیگر برابر است، می‌توان فهمید قطر منبع نورانی نیز با آن‌ها برابر است و با دور کردن جسم از لامپ (افزایش L)، ابعاد سایه ثابت مانده و ابعاد نیم‌سایه کوچک می‌شود.



دور کردن جسم از لامپ $\Rightarrow L \uparrow \Rightarrow$ نیم‌سایه و سایه (ثابت) $\downarrow$

۸- (۴) با توجه به یکسان بودن قطر جسم کدر با قطر چشمه‌ی نورانی، با ایجاد هرگونه جابه‌جایی، ابعاد سایه ثابت می‌ماند. از طرفی با نزدیک کردن جسم کدر به چشمه‌ی نور، فاصله‌ی L کاهش یافته و ابعاد نیم‌سایه افزایش می‌یابد.

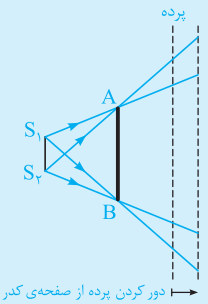
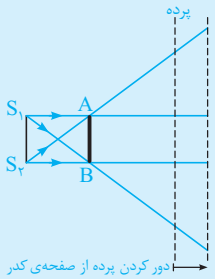
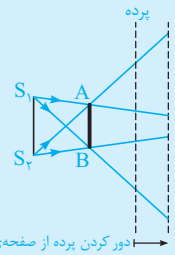
۹- (۴) نزدیک کردن جسم کدر به چشمه‌ی نور $\Rightarrow L \downarrow \Rightarrow$ سایه (ثابت) و نیم‌سایه $\uparrow$



همان‌گونه که مشاهده می‌شود، در این سؤال هیچ‌گونه اطلاعاتی در مورد ابعاد منبع نور و توپ داده نشده و نمی‌توان در مورد نحوه‌ی تغییرات سایه اظهارنظر کرد. از طرفی با نزدیک کردن توپ به پرده، توپ از چشمه‌ی گسترده دور می‌شود و با دور کردن توپ از چشمه‌ی گسترده (یعنی افزایش L) پهنای نیم‌سایه همیشه کاهش می‌یابد (با L رابطه‌ی عکس دارد) و این موضوع ربطی به ابعاد چشمه‌ی گسترده ندارد.

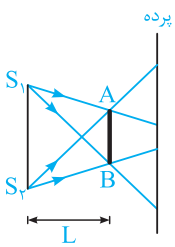
دقت: برای بررسی تغییر ابعاد سایه، باید بدانیم ابعاد چشمه‌ی گسترده و جسم چه ارتباطی با یکدیگر دارند.

پرسش: در این سؤال اگر پرده به سمت راست جابه‌جا می‌شد، سایه و نیم‌سایه چه تغییری می‌کرد؟

حالت (۱)	حالت (۲)	حالت (۳)
		
قطر منبع > قطر جسم کدر نیم‌سایه $\uparrow$ و سایه $\uparrow$	قطر منبع = قطر جسم کدر نیم‌سایه $\uparrow$ و سایه (ثابت)	قطر منبع < قطر جسم کدر نیم‌سایه $\uparrow$ و سایه $\downarrow$

همان‌گونه که در جدول فوق مشاهده کردید، با دور کردن پرده از صفحه‌ی کدر، نیم‌سایه همواره بزرگ شده ولی ابعاد سایه می‌تواند کوچک، بزرگ و یا ثابت بماند.

۱۰- (۴) با توجه به این‌که با نزدیک کردن چشمه‌ی نور به جسم کدر (توپ) و کاهش L، سایه کوچک شده است، یعنی در این حالت ابعاد سایه با L متناسب است. این حالت تنها زمانی رخ می‌دهد که ابعاد منبع نور از ابعاد جسم کدر بزرگ‌تر باشد.

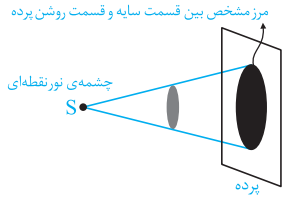


نزدیک کردن چشمه به توپ $\Rightarrow L \downarrow \Rightarrow$ سایه $\downarrow$ و نیم‌سایه $\uparrow$

$\xrightarrow{\text{نتیجه}}$ چشمه گسترده و ابعاد توپ کوچک‌تر از چشمه است.

۱۱- (۲) باتوجه به اطلاعات صورت سؤال، با نزدیک کردن جسم کدر به چشمه (یعنی کم شدن L)، سایه‌ی توپ کوچک‌تر شده و سرانجام محو می‌شود.
این موضوع یعنی با کاهش فاصله‌ی L، قطر سایه نیز کاهش می‌یابد، باتوجه به اصل اساسی ارائه شده در خلاصه نکات (۳)، در این حالت که قطر سایه تغییراتش با L هماهنگ است (رابطه‌ی مستقیم دارد)، لزوماً قطر چشمه‌ی گسترده باید از قطر جسم کدر بزرگ‌تر باشد.
قطر چشمه‌ی گسترده از قطر جسم کدر بزرگ‌تر است. $\xrightarrow{\text{نتیجه}}$ سایه $\downarrow \Rightarrow L \downarrow \Rightarrow$ نزدیک کردن جسم کدر به چشمه

۱۲- (۳) علت وجود مرز مشخص بین سایه و قسمت روشن پرده، انتشار نور در یک خط راست است. در این حالت عملاً بین قسمت روشن و تاریک (سایه) یک مرز مشخص دیده می‌شود.



۱۳- (۲) برای پاسخ دادن به این تست، ابتدا به خلاصه نکات زیر توجه کنید:

خلاصه نکات ۴

محاسبه‌ی ابعاد و مساحت سایه

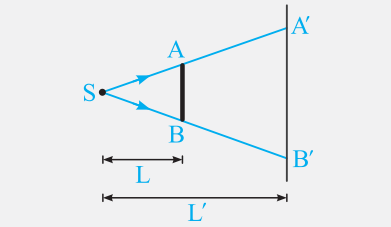
(تست‌های ۱۳ تا ۱۸)

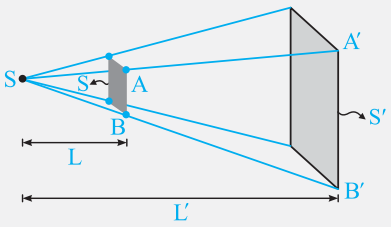
در شکل روبه‌رو مربعی با طول ضلع AB را در فاصله‌ی L از چشمه‌ی نور نقطه‌ای S قرار داده و سایه‌ی مربع بر روی پرده‌ای که در فاصله‌ی L′ از چشمه‌ی نور نقطه‌ای قرار دارد، ایجاد شده است. به کمک تشابه بین دو مثلث SAB و SA′B′ می‌توان رابطه‌ی بین ابعاد سایه و جسم کدر را محاسبه کرد:

فاصله‌ی بین منبع نور نقطه‌ای از جسم کدر : L فاصله‌ی بین منبع نور نقطه‌ای از پرده : L′

بعد سایه‌ی مربع: A′B′

$$\text{تشابه مثلث SAB و SA′B′} \Rightarrow \frac{AB}{A'B'} = \frac{L}{L'}$$





تذکر: برای مقایسه‌ی مساحت سایه و جسم کدر نیز در این حالت خاص داریم:

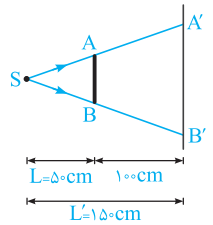
$$\frac{S}{S'} = \left(\frac{AB}{A'B'}\right)^2 = \left(\frac{L}{L'}\right)^2$$

S′ : مساحت سایه

S : مساحت جسم کدر

نکته: برای حالت کلی موضوع اثبات شده، برای هر شکل غیرمربعی نیز صادق است. توصیه می‌شود که به جای حفظ فرمول، رسم شکل ساده‌ی فوق و استفاده از تشابه را خوب یاد بگیرید.

برای حل ابتدا با توجه به داده‌های سؤال، شکل ساده‌ای را رسم می‌کنیم:

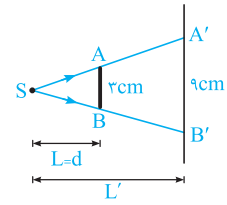


$L = ۵۰\text{cm}$ (فاصله‌ی جسم از منبع) و $AB = ۵\text{cm}$ (اندازه‌ی جسم)

$L' = ۱۵۰\text{cm}$ (فاصله‌ی منبع از پرده) و ۱۰۰cm = فاصله‌ی پرده از جسم

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{L}{L'} \Rightarrow \frac{۵}{A'B'} = \frac{۵۰}{۱۵۰} \Rightarrow A'B' = ۱۵\text{cm}$$ (طول سایه)

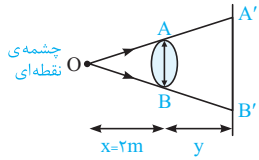
۱۴- (۲) با توجه به شکل مقابل و اطلاعات سؤال، فاصله‌ی بین پرده و سکه عبارت است از:



$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{L}{L'} \Rightarrow \frac{۳}{۹} = \frac{d}{L'} \Rightarrow L' = ۳d$$

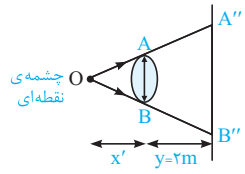
$$\text{فاصله‌ی پرده از سکه} = L' - L = ۳d - d = ۲d$$

۱۵- (۳) **گام اول:** با توجه به شکل نشان داده شده و اطلاعات صورت سؤال، در حالت اول که قطر سایه دو برابر قطر توپ است $(A'B' = ۲AB)$، داریم:



$$\frac{x}{x+y} = \frac{AB}{A'B'} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow ۲x = x + y \Rightarrow y = x = ۲\text{m}$$

گام دوم: با جابه‌جایی چشمه‌ی نور نقطه‌ای، در حالتی‌که قطر سایه ۳ برابر قطر توپ است $(A''B'' = ۳AB)$، داریم:

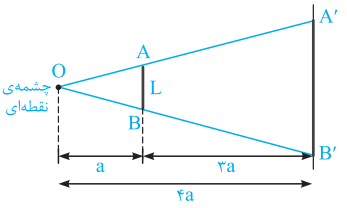


$$\frac{x'}{y+x'} = \frac{AB}{A''B''} = \frac{۱}{۳} \Rightarrow ۳x' = y + x' \Rightarrow ۲x' = y = ۲\text{m} \Rightarrow x' = ۱\text{m}$$

گام سوم: همان‌طور که ملاحظه می‌شود، در حالت دوم فاصله‌ی بین چشمه و توپ از $x = ۲\text{m}$ به $x' = ۱\text{m}$ کاهش یافته است، این موضوع یعنی باید چشمه‌ی نور نقطه‌ای را یک متر به توپ نزدیک کنیم.

تذکر: با توجه به زیاد شدن قطر سایه‌ی توپ، چشمه‌ی نقطه‌ای نور را به توپ نزدیک کرده‌ایم (یعنی کاهش $L \downarrow$) $\Leftarrow$ نادرستی گزینه‌های ۱ و ۴

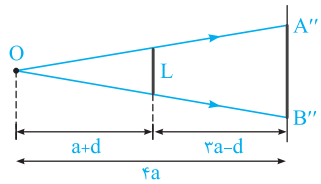
۱۶- (۳) مشابه با سؤال قبلی، داریم:



گام اول: در حالت اول طول سایه برابر است با:

$$\frac{a}{۴a}=\frac{L}{A'B'}\Rightarrow A'B'=۴L$$

گام دوم: در حالت دوم چون طول سایه کاهش یافته است، بنابراین جسم کدر را به اندازه‌ی d به پرده نزدیک کرده‌ایم (چرا؟) و میزان d به صورت زیر محاسبه می‌شود:

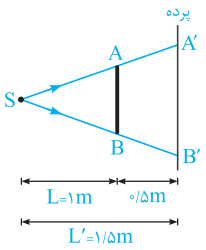


$$A''B''=A'B'-L=۴L-L=۳L$$

$$\frac{a+d}{۴a}=\frac{L}{A''B''}\Rightarrow\frac{a+d}{۴a}=\frac{L}{۳L}=\frac{۱}{۳}$$

$$\Rightarrow ۳a+۳d=۴a\Rightarrow d=\frac{۱}{۳}a$$

۱۷- (۲) در مقایسه‌ی مساحت سایه و مساحت صفحه‌ی کدر می‌توان نوشت:

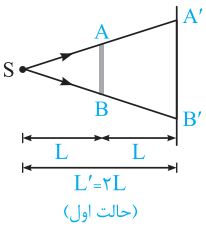


$$\text{فاصله‌ی صفحه‌ی کدر از دیوار (پرده)}=۵۰\,cm=۰/۵\,m$$

$$\text{فاصله‌ی صفحه‌ی کدر از چشمه}=۱\,m$$

$$\frac{\text{مساحت سایه}}{\text{مساحت صفحه‌ی کدر}}=\frac{S'}{S}=\left(\frac{L'}{L}\right)^{۲}=\left(\frac{۱/۵}{۱}\right)^{۲}=\left(\frac{۳}{۲}\right)^{۲}\Rightarrow\frac{S'}{S}=\frac{۹}{۴}$$

۱۸- (۲) با توجه به این‌که در حالت اول صفحه‌ی مثلثی در وسط فاصله‌ی بین دیوار و چشمه‌ی نقطه‌ای نور قرار دارد، مساحت سایه‌ی آن ۴ برابر مساحت صفحه خواهد بود:



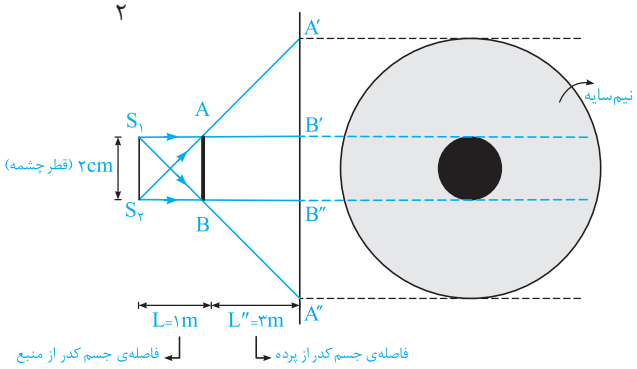
$$\frac{S'_۱}{S_۰}=\left(\frac{L'}{L}\right)^{۲}=(۲)^{۲}=۴\Rightarrow S'_۱=۴S_۰$$

($S_۰$: مساحت صفحه‌ی مثلثی)

در ادامه‌ی کار اگر فاصله‌ی صفحه‌ی مثلثی از چشمه‌ی نقطه‌ای نصف شود، فاصله‌ی جسم از منبع به $\frac{L}{۲}$ تبدیل می‌شود و فاصله‌ی منبع از پرده کماکان ثابت و برابر $L'=۲L$ است. با توجه به این موضوع در حالت دوم مساحت سایه برابر است با:

$$\frac{S'_۲}{S_۰}=\left(\frac{۲L}{\frac{L}{۲}}\right)^{۲}=(۴)^{۲}=۱۶\Rightarrow S'_۲=۱۶S_۰\xrightarrow{\text{خواسته‌ی مسئله}}\frac{S'_۲}{S'_۱}=\frac{۱۶S_۰}{۴S_۰}\Rightarrow S'_۲=۴S'_۱$$

۱۹- (۳)



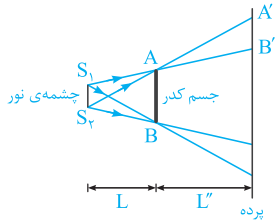
استراتژی حل مسائل با چشمه‌ی گسترده: دانش‌آموزان عزیز باید توجه کنند که در مسائلی که چشمه‌ی نور در آن‌ها گسترده است، نیاز به حفظ کردن هیچ رابطه‌ی خاصی برای حل مسائل سایه و نیم‌سایه نبوده و باید با صبر و حوصله و با کمک تشابه مثلث‌ها، خواسته‌ی سؤال را به‌دست آورد. به شما قول می‌دهیم که با مطالعه‌ی پاسخ تست‌های ۱۹، ۲۴ و ۲۵، این موضوع رو خیلی خوب یاد بگیرید.

در این تست با رسم یک شکل ساده و با توجه به داده‌های تست، به سادگی پهنای نیم‌سایه با کمک تشابه مثلث‌های $AS_۱S_۲$ و $AA'B'$ به‌دست می‌آید:

$$\frac{S_۱S_۲}{A'B'}=\frac{L}{L''}\Rightarrow\frac{۲}{A'B'}=\frac{۱}{۳}\Rightarrow A'B'=۶\,cm$$

تذکر: همان‌گونه که مشاهده می‌شود، منظور از پهنای نیم‌سایه، ضخامت نیم‌سایه است که با توجه به شکل فوق برابر $A'B'=۶\,cm$ است.

۲۰- (۲) با توجه به شکل مقابل و تشابه مثلث‌های $AS_۱S_۲$ و $AA'B'$، پهنای نیم‌سایه از ابعاد جسم کدر مستقل بوده و ثابت می‌ماند.



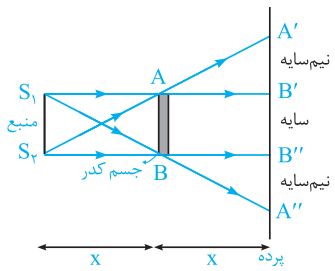
$$\frac{A'B'}{S_۱S_۲}=\frac{L''}{L}\Rightarrow A'B'=\frac{L''}{L}\times S_۱S_۲$$

L: فاصله‌ی جسم کدر از چشمه‌ی نور

L'': فاصله‌ی پرده از جسم کدر

تذکر: ابعاد نیم‌سایه تنها به قطر چشمه‌ی نور، فاصله‌ی جسم کدر از چشمه‌ی نور و فاصله‌ی پرده از جسم کدر بستگی دارد.

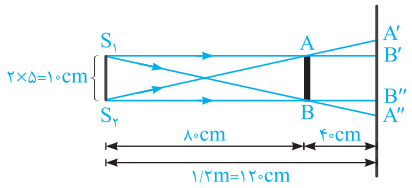
۲۱- (۱) همان‌طور که می‌دانید در این حالت، قطر سایه با قطر منبع نور برابر است (به شکل رسم شده توجه کنید)، در ادامه با توجه به شکل، پهنای نیم‌سایه برابر است با:



$\overset{\Delta}{AB'A'}$ و $\overset{\Delta}{AS_1S_2}$ تشابه مثلث‌های : $\frac{A'B'}{S_1S_2}=\frac{x}{x}\Rightarrow A'B'=S_1S_2$ (پهنای نیم‌سایه) برابر AB است.

$\frac{A'B'}{AB}=1$

۲۲- (۲) با توجه به اطلاعات مسأله، شکلی مناسب برای این سؤال رسم می‌کنیم. در ادامه مشابه با سؤال قبلی داریم:

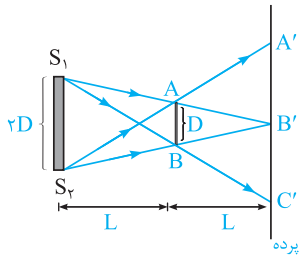


$\overset{\Delta}{AS_1S_2}$ و $\overset{\Delta}{AA'B'}$ تشابه مثلث‌های : $\frac{A'B'}{S_1S_2}=\frac{AB'}{AS_1}$

$\Rightarrow \frac{A'B'}{10}=\frac{40}{80}=\frac{1}{2}\Rightarrow$ پهنای نیم‌سایه : $A'B'=5\,cm$

از طرفی با توجه به یکسان بودن قطر چشمه و قرص کدر، قطر سایه نیز برابر قطر چشمه بوده و برابر $10\,cm$ است.

۲۳- (۴) ابتدا باید توجه شود که چون در گزینه‌ها، گزینه‌ی قطر سایه برابر صفر وجود دارد، ابتدا این موضوع را کنترل کنیم بهتر است. با توجه به شکل روبه‌رو که در آن فرض کرده‌ایم قطر سایه صفر می‌شود، می‌توان نوشت:



$\overset{\Delta}{B'AB}\sim\overset{\Delta}{B'S_1S_2}\Rightarrow\frac{AB}{S_1S_2}=\frac{L}{L+L}$

$\Rightarrow\frac{D}{2D}=\frac{L}{L+L}\Rightarrow\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$ ✓

بنابراین فرض ما درست بوده و سایه تشکیل نمی‌شود و این یعنی قطر سایه صفر است.

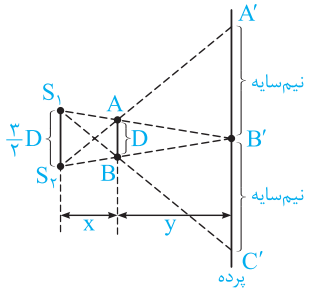
تذکر: با توجه به این سؤال، هرگاه جسمی در وسط یک چشمه‌ی گسترده و پرده‌ی موازی با چشمه قرار گیرد و قطر جسم نصف قطر چشمه باشد، سایه‌ای از جسم بر روی پرده تشکیل نخواهد شد.

حال برای محاسبه‌ی قطر نیم‌سایه که در این سؤال عملاً یک دایره است، به کمک تشابه دو مثلث می‌توان نوشت:

$\overset{\Delta}{AS_1S_2}\sim\overset{\Delta}{AA'B'}\Rightarrow\frac{A'B'}{S_1S_2}=\frac{L}{L}\Rightarrow\frac{A'B'}{2D}=1\Rightarrow A'B'=2D$

بنابراین بر روی پرده سایه‌ای تشکیل نشده و دایره‌ای به شعاع $2D$ (قطر $4D$)، به‌عنوان نیم‌سایه تشکیل می‌شود.

۲۴- (۳) برای حل، فرض کنید در وضعیت نشان داده شده، قطر سایه صفر شده است. در این حالت داریم:



$B'\overset{\Delta}{S_1S_2}\sim B'\overset{\Delta}{AB}\Rightarrow\frac{AB}{S_1S_2}=\frac{y}{x+y}\Rightarrow\frac{y}{x+y}=\frac{D}{\frac{3}{2}D}=\frac{2}{3}\Rightarrow 3y=2x+2y\Rightarrow y=2x$

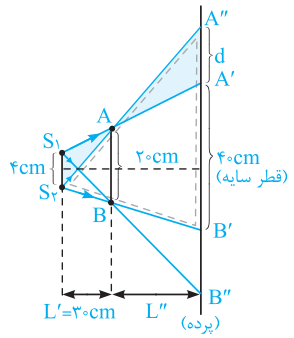
در ادامه با کمک گرفتن از یک تشابه دیگر، داریم:

$\overset{\Delta}{AS_1S_2}\sim\overset{\Delta}{AA'B'}\Rightarrow\frac{A'B'}{S_1S_2}=\frac{y}{x}\xrightarrow{y=2x}\frac{A'B'}{\frac{3}{2}D}=\frac{2x}{x}\Rightarrow A'B'=3D$

$\Rightarrow$ قطر نیم‌سایه $=A'C'=2A'B'=2(3D)=6D$

در نهایت می‌توان گفت با توجه به این‌که قطر قرص کدر برابر D می‌باشد، قطر نیم‌سایه‌ی تشکیل‌شده بر روی پرده، ۶ برابر قطر آن می‌باشد.

۲۵- (۲) ابتدا باید شکل مناسبی که متناسب با شرایط مسئله باشد را رسم کنید و سپس از تشابه مثلث‌های $\overset{\Delta}{S_1S_2A}$ و $\overset{\Delta}{AA'A''}$ می‌توان نوشت:



$\frac{S_1S_2}{A'A''}=\frac{L'}{L''}\Rightarrow\frac{4}{d}=\frac{30}{L''}\Rightarrow L''=7/5\,d$

در ادامه با نوشتن روابط مربوط به تشابه مثلث‌های $\overset{\Delta}{AS_2B}$ و $\overset{\Delta}{S_2A''B'}$ و با توجه به دانستن مقدار L'' می‌توان نوشت:

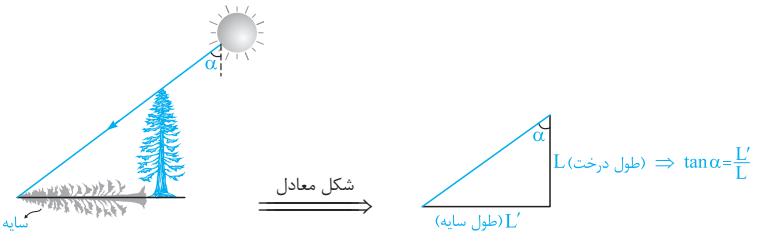
$\frac{AB}{A''B'}=\frac{L'}{L'+L''}\Rightarrow\frac{20}{40+d}=\frac{30}{30+7/5d}$

$\Rightarrow 60+15d=120+3d\Rightarrow d=5\,cm$ (پهنای نیم‌سایه)

یک نکته‌ی جالب: این تست از سؤالات قسمت یک قدم تا ۱۰۰ کتاب در سال ۹۲ بوده و تنها با تغییر عدد در کنکور مطرح شده است.

۲۶- (۴) **روش اول:** هنگامی‌که خورشید به صورت مایل بر درخت می‌تابد، از درخت بر روی زمین سایه ایجاد می‌شود و در هنگام ظهر که پرتوهای خورشید عمود بر سطح زمین می‌تابند، سایه بسیار کوچک می‌شود. بنابراین از طلوع خورشید تا ظهر سایه‌ی درخت کوچک شده و از ظهر تا غروب خورشید سایه‌ی درخت بزرگ می‌شود (بهتر است کمی به سایه‌ی درخت‌های خیابان توجه کنید تا این موضوع را بهتر درک کنید).

روش دوم (تحلیل ریاضی): در شکل زیر، سایه‌ی درخت بر روی زمین تشکیل شده است. طول سایه‌ی تشکیل شده بر روی زمین عبارت است از:



در طول روز، خورشید از هنگام طلوع تا ظهر تمایل به قائم شدن داشته و α کاهش می‌یابد و سپس از ظهر تا بعدازظهر، به سمت غرب رفته و α افزایش می‌یابد. با تغییر α، طول سایه‌ی درخت ابتدا کاهش یافته و سپس افزایش می‌یابد.

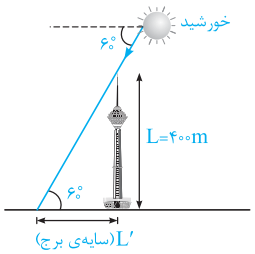
از طلوع خورشید تا ظهر: $\alpha\downarrow\Rightarrow\tan\alpha\downarrow\Rightarrow L'\downarrow$

از ظهر تا غروب خورشید: $\alpha\uparrow\rightarrow\tan\alpha\uparrow\Rightarrow L'\uparrow$

تمرین: **سایه‌ی مردی که در شب تاریک از چراغ خیابان دور می‌شود، چگونه تغییر می‌کند؟**

پاسخ: *مشابه با مفاهیم همین تست، با دور شدن فرد از چراغ، سایه‌ی او بلندتر می‌شود.*

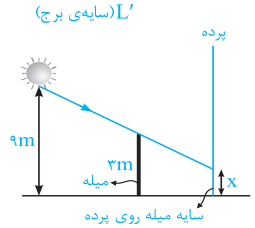
۲۷- (۴) با رسم یک شکل ساده، طول سایه‌ی برج بر روی سطح زمین برابر است با:

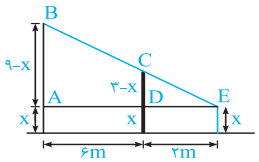


$$\tan 60^\circ=\frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}}=\frac{L}{L'}\Rightarrow\sqrt{3}=\frac{400}{L'}$$

$$\Rightarrow L'=\frac{400}{\sqrt{3}}=400\frac{\sqrt{3}}{3}$$

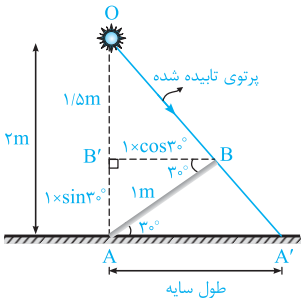
۲۸- (۱) برای حل سؤال، ابتدا شکل ساده‌ای را رسم کرده و متناسب با آن و با کمک تشابه مثلث‌های EDC و EAB، فاصله‌ی x را به‌دست می‌آوریم:





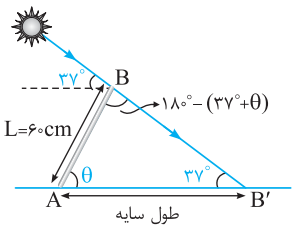
$$\frac{AB}{AE}=\frac{DC}{DE}\Rightarrow\frac{9-x}{6+2}=\frac{3-x}{2}\Rightarrow x=1\text{m}$$

۲۹- (۲) برای پاسخ دادن به این سؤال نسبتاً جالب و جدید که در ادامه‌ی تست قبل طرح شده است، از انتهای میله یک خط افقی مطابق شکل رسم می‌کنیم. با رسم این خط، طول‌های افقی و قائم $B'B$ و AB'، به‌ترتیب برابر $1\times\cos 30^\circ$ و $1\times\sin 30^\circ$ به‌دست می‌آید. در ادامه به کمک تشابه مثلث‌های $\overset{\Delta}{OB'B}$ و $\overset{\Delta}{OAA'}$، طول سایه بر روی زمین که معادل با طول AA' است، به‌دست می‌آید:



$$\frac{OB'}{OA}=\frac{B'B}{AA'}\Rightarrow\frac{1/5}{2}=\frac{1\times\cos 30^\circ}{AA'}\Rightarrow AA'=\frac{2\sqrt{3}}{3}\text{m}$$

۳۰- (۱) به شکل زیر توجه کنید، فرض کنید که میله چرخیده و در زاویه‌ی θ، بلندترین سایه بر روی زمین تشکیل شده است. در این حالت طول سایه برابر است با:



قضیه‌ی سینوس‌ها: $\frac{L}{\sin 37^\circ}=\frac{AB'}{\sin(180^\circ-(37^\circ+\theta))}$

$$AB'=\frac{\sin(180^\circ-(37^\circ+\theta))}{\sin 37^\circ}L$$

بیشترین مقدار طول سایه هنگامی است که صورت کسر (عبارت سینوس) برابر یک شود و مقدار آن برابر است با:

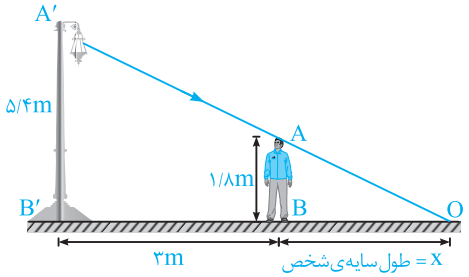
$$(AB')_{max}=\frac{1}{\sin 37^\circ}L=\frac{10}{6}\times 60=100\text{cm}$$

۳۱- (۳) با توجه به پاسخ سؤال قبل، بیشترین مقدار طول سایه هنگامی ایجاد می‌شود که عبارت سینوسی $\sin(۱۸۰^\circ - (۳۷^\circ + \theta))$ برابر یک شود، به عبارت دیگر باید کمان sin برابر ۹۰ درجه شود. بنابراین داریم:

$$۱۸۰^\circ - (۳۷^\circ + \theta) = ۹۰^\circ \Rightarrow \theta = ۵۳^\circ$$

نکته: در این تست خوب و مفهومی به عنوان یک سؤال بسیار خوب دیگر، باید توجه شود که تا وقتی‌که θ از ۹۰° به ۵۳° می‌رسد، طول سایه‌ی میله روی زمین افزایش می‌یابد و پس از آن طول سایه بر روی زمین کاهش می‌یابد.

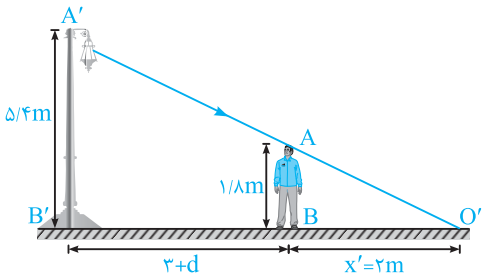
۳۲- (۱) در دو حالت، این مسأله خوب که به نوعی در کتاب درسی جدید نیز مطرح شده است را بررسی می‌کنیم:



حالت (۱): در این حالت طول سایه‌ی شخص برابر است با (تشابه مثلث OAB و OA′B′ را در نظر بگیرید):

$$\frac{x}{x+۳} = \frac{۱/۸}{۵/۴} \Rightarrow ۳x = x + ۳ \Rightarrow x = \frac{۳}{۲}\,m = ۱/۵\,m$$

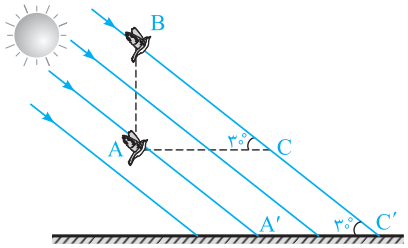
حالت (۲): برای این‌که سایه‌ی شخص ۰/۵ متر افزایش یابد، باید فاصله‌ی شخص از تیر چراغ برق افزایش یابد (چرا؟)، بنابراین در این حالت اگر شخص d متر دیگر از تیر چراغ برق فاصله بگیرد، طول سایه‌ی شخص برابر $x' = ۱/۵ + ۰/۵ = ۲\,m$ بوده و می‌توان نوشت:



$$\frac{x'}{x'+۳+d} = \frac{۱/۸}{۵/۴} \xrightarrow{x'=۲} \frac{۲}{۵+d} = \frac{۱}{۳} \Rightarrow ۵ + d = ۶ \Rightarrow d = ۱\,m$$

بنابراین شخص باید ۱۰۰cm از تیر چراغ برق فاصله گیرد.

۳۳- (۲) وقتی پرنده فاصله‌ی AB را در راستای قائم طی می‌کند، سایه‌ی آن از A′ تا C′ جابه‌جا می‌شود و با توجه به هم‌اندازه بودن AC و A′C′ داریم:



$$\tan ۳۰^\circ = \frac{AB}{AC} \Rightarrow AB = AC \tan ۳۰^\circ$$

$$\begin{cases} AB = V_{\text{پرنده}} \times t \\ AC = V_{\text{سایه}} \times t \end{cases} \Rightarrow (V_{\text{پرنده}} \times t) = (V_{\text{سایه}} \times t) \times \tan ۳۰^\circ$$

$$V_{\text{سایه}} = \frac{V_{\text{پرنده}}}{\tan ۳۰^\circ} = \sqrt{۳}\, V_{\text{پرنده}}$$

دقت: مفهوم این تست، از تست (۲۷) گرفته شده است، به‌نظر شما این‌طور نیست؟

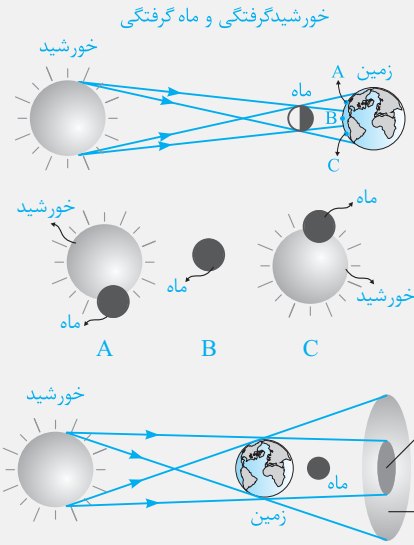
۳۴- (۱) برای پاسخ دادن به این تست، ابتدا به خلاصه نکات زیر توجه کنید:

خلاصه نکات ۵

خورشیدگرفتگی و ماه‌گرفتگی

(تست‌های ۳۴ تا ۳۷)

خورشیدگرفتگی: شکل مقابل را در نظر بگیرید:



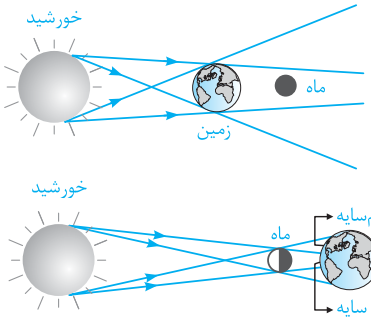
در این شکل، ماه بین زمین و خورشید قرار گرفته و سایه و نیم‌سایه‌ی آن بر روی زمین تشکیل شده است. در این حالت، در شهرهای A و C نیم‌سایه‌ی ماه افتاده و خورشیدگرفتگی جزئی تشکیل می‌شود و در شهر B سایه‌ی کامل ماه ایجاد شده و خورشیدگرفتگی کامل رخ داده است. نحوه‌ی دیدن کسوف از نقطه نظر ناظران A، B و C نیز در شکل مقابل نشان داده شده است.

ماه‌گرفتگی: شکل نشان داده شده را در نظر بگیرید:

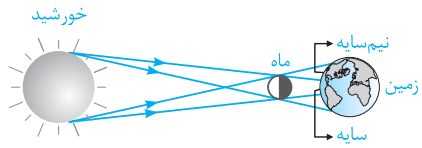
در این شکل، زمین بین ماه و خورشید قرار گرفته و مرکزهای آن‌ها تقریباً در یک امتداد قرار دارد. در این حالت، ماه در منطقه‌ای قرار گرفته که عملاً هیچ پرتویی به آن نرسیده و کاملاً تاریک است. در این حالت در اصطلاح ماه‌گرفتگی کامل رخ داده است.

تذکر: در خورشیدگرفتگی و ماه‌گرفتگی، قطر منبع نور (خورشید) از قطر جسم کدر (ماه یا زمین) بیشتر است (حالت سوم باتوجه به خلاصه نکات ۳).

سایه‌ی زمین ماه را کاملاً پوشانده و ناظری که روی ماه است، در تاریکی به سر می‌برد و اصلاً خورشید را نمی‌بیند، به‌عبارت بهتر برای آن ناظر خورشیدگرفتگی کامل رخ می‌دهد.



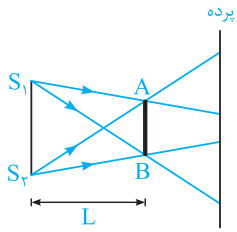
۳۵- (۴) با توجه به شکل مقابل، واضح است که چون قطر ماه نسبت به قطر خورشید کوچک‌تر است، قطر سایه‌ی ماه لزوماً از قطر ماه کمتر است. از طرفی با توجه به تست (۲۰)، ابعاد نیم‌سایه از ابعاد جسم کدر (ماه) مستقل است و اظهارنظر دقیقی در مورد نیم‌سایه نمی‌توان کرد (به فاصله‌ها بستگی دارد). اما می‌توان گفت با توجه به شکل، مجموع پهنای سایه و نیم‌سایه‌ی ایجاد شده بر روی سطح زمین از قطر ماه بزرگ‌تر است و گزینه‌ی (۴) صحیح است.



۳۶- (۳) ابتدا باید توجه کرد که در پدیده‌ی خورشیدگرفتگی، زمین مانند پرده، ماه مانند جسم کدر و خورشید مانند منبع نور گسترده‌ی بزرگ‌تر از جسم کدر است. اگر ماه به زمین نزدیک شود، فاصله‌ی بین منبع و جسم کدر افزایش یافته و با این تغییر، ابعاد سایه افزایش و ابعاد نیم‌سایه کاهش می‌یابد.

$L \uparrow \Rightarrow$ جسم کدر به پرده نزدیک شود $\equiv$ ماه به زمین نزدیک شود.

$L \uparrow \Rightarrow \uparrow$ سایه و $\downarrow$ نیم‌سایه



دقت: برای درک بهتر، به خلاصه نکات ۳ مراجعه شود.

۳۷- (۱) در ماه‌گرفتگی و خورشیدگرفتگی، قطر منبع نور (خورشید) از قطر جسم کدر (در ماه‌گرفتگی جسم کدر زمین و در خورشیدگرفتگی جسم کدر ماه است) بیشتر است. اگر فاصله‌ی خورشید از زمین بیشتر شود، قطعاً فاصله‌ی منبع نور از جسم کدر (L)، در ماه‌گرفتگی و خورشیدگرفتگی افزایش می‌یابد (چرا؟)، با توجه به این موضوع، قطر سایه لزوماً افزایش می‌یابد (البته در ماه گرفتگی با این فرض که فاصله‌ی ماه و زمین ثابت است، پاسخ صحیح است).

تمرین: با کمک مفاهیم ارائه شده در قسمت سایه و نیم‌سایه، درستی یا نادرستی سایر گزینه‌ها را بررسی کنید.

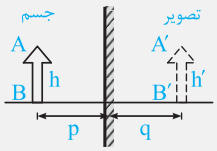
۳۸- (۴) برای پاسخ دادن به این تست، ابتدا به خلاصه نکات زیر توجه کنید:

خلاصه نکات ۶

آینه‌ی تخت

(تست‌های ۳۸ تا ۵۰)

هنگامی‌که جسمی مقابل یک آینه‌ی تخت قرار می‌گیرد، تصویر آن جسم دارای ویژگی‌های زیر است:



۱) در این آینه، تصویر در پشت آینه تشکیل شده و به آن تصویر مجازی می‌گوییم.

۲) در این آینه، فاصله‌ی جسم از آینه با فاصله‌ی تصویر از آینه برابر است.

$$\begin{cases} \text{فاصله‌ی جسم از آینه} = p \\ \text{فاصله‌ی تصویر از آینه} = q \end{cases} \Rightarrow p = q$$

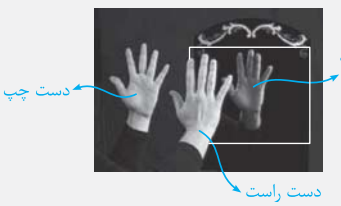
۳) در این آینه، طول تصویر $(A'B')$ با طول جسم (AB) با یک‌دیگر برابر است.

$$AB = A'B'$$

۴) در این آینه، بزرگ‌نمایی برابر واحد است. شایان ذکر است که در مسائل نور هندسی، بزرگ‌نمایی برابر نسبت طول تصویر به طول جسم است که برای جسم قائم نشان داده شده در شکل صفحه‌ی قبل، از رابطه‌ی زیر نیز به‌دست می‌آید:

$$m = \frac{A'B'}{AB} = \frac{q}{p} \xrightarrow[q=p]{A'B'=AB} m = ۱$$

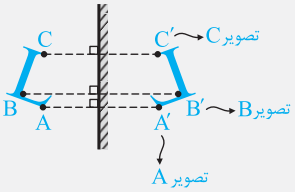
۵) تصویر در این آینه وارون جانبی است. با توجه به این ویژگی، هنگامی‌که شما در مقابل یک آینه‌ی تخت دست راست خود را بالا می‌برید، در آینه به‌نظر می‌رسد که شما دست چپ خود را بالا برده‌اید.



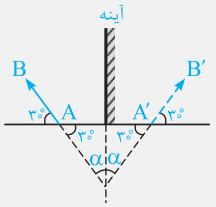
۶) تصویر در این آینه نسبت به جسم مستقیم است.

تمرین ۱: در شکل مقابل، حرف L به‌صورت مایل در مقابل یک آینه‌ی تخت قرار گرفته است. حرف L در آینه به چه صورتی مشاهده می‌شود؟

پاسخ: جسم و تصویر آن در این حالت، قرینه‌ی یک‌دیگر نسبت به آینه‌ی تخت می‌باشند. با توجه به این موضوع برای پیدا کردن تصویر هر نقطه از جسم، از نقطه‌ی موردنظر خطی به آینه عمود کرده و به اندازه‌ی خودش ادامه می‌دهیم تا تصویر آن نقطه حاصل شود.



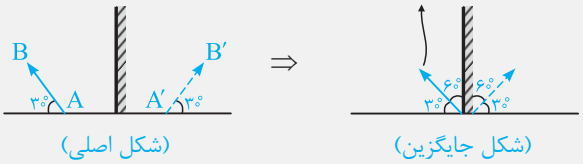
نکته‌ی بسیار مهم: در آینه‌ی تخت، جسم و تصویر نسبت به آینه قرینه‌ی یک‌دیگرند، بنابراین هر زاویه‌ای که جسم با آینه می‌سازد، تصویر نیز همان زاویه را با آینه می‌سازد. به‌طور مثال در شکل مقابل برای پیدا کردن زاویه‌ی بین جسم و تصویر داریم:



$\alpha =$ زاویه‌ی بین امتداد تصویر با آینه = زاویه‌ی بین امتداد جسم با آینه

$۲\alpha = ۱۲۰^\circ =$ زاویه‌ی بین امتداد جسم و تصویر

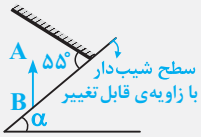
یک روش تستی مناسب: برای پیدا کردن زاویه‌ی میان جسم و تصویر در سؤالات، بهتر است جسم را بدون تغییر زاویه‌ی آن با افق به آینه چسبانده و زاویه‌ی جسم با آینه را به‌دست آوریم. زاویه‌ی میان جسم و تصویر، دو برابر زاویه‌ی بین جسم و آینه است.



$\Rightarrow$ زاویه‌ی میان جسم و تصویر $= ۲ \times ۶۰^\circ = ۱۲۰^\circ$

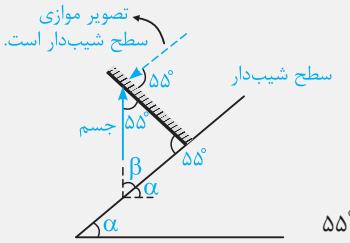
در ادامه با حل یک تمرین دشوارتر، این موضوع بسیار مهم را بررسی می‌کنیم.

تمرین ۲: **مداد قائمی را در مقابل یک آینه‌ی تخت قرار داده‌ایم و زاویه‌ی سطح شیب‌دار با افق، می‌تواند تغییر کند. زاویه‌ی سطح شیب‌دار با افق را به چند درجه برسانیم تا تصویر مداد، موازی سطح شیب‌دار شود؟** (تألیفی)



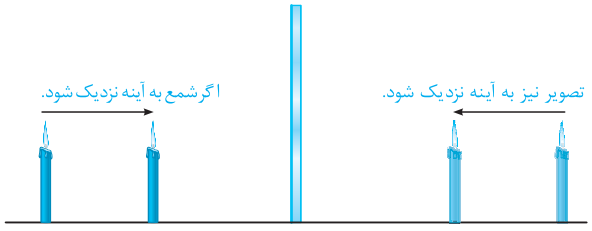
۱) ۲۰°
۲) ۲۵°
۳) ۳۰°
۴) ۳۵°

پاسخ: با توجه به شکل مقابل، اگر طبق خواسته‌ی سؤال تصویر به موازات سطح شیب‌دار باشد، اولین چیزی که می‌توان فهمید آن است که زاویه‌ی تصویر با آینه برابر ۵۵ درجه می‌باشد (خاصیت دو خط موازی و یک خط مورب را در ذهن خود مرور کنید) و در نتیجه زاویه‌ی جسم با آینه نیز ۵۵ درجه است. با توجه به این موضوع زاویه‌ی β برابر ۷۰ درجه و زاویه‌ی α برابر ۲۰ درجه است.

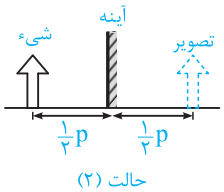


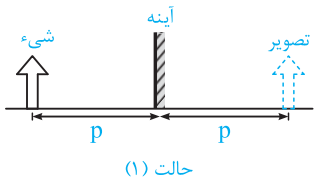
$۵۵^\circ + ۵۵^\circ + \beta = ۱۸۰^\circ \Rightarrow \beta = ۷۰^\circ \Rightarrow \alpha = ۹۰^\circ - \beta = ۲۰^\circ$ (گزینه‌ی ۱)

در آینه‌ی تخت، طول تصویر و طول جسم همواره با یکدیگر برابر بوده و با نزدیک شدن جسم به آینه، طول تصویر ثابت مانده و تصویر به آینه نزدیک می‌شود، بنابراین گزینه‌ی (۴) نادرست است. گزینه‌های (۱) و (۲) نیز با توجه به خلاصه نکات فوق، صحیح می‌باشند.



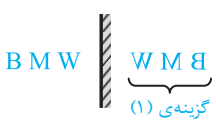
۳۹- (۱) اگر فاصله‌ی بین یک شیء و آینه‌ی تخت نصف شود، طول تصویر آن ثابت مانده (همواره برابر اندازه‌ی جسم است) و فاصله‌ی بین تصویر و آینه نیز نصف می‌شود.





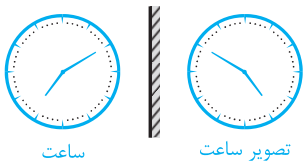
فاصله‌ی بین شیء و تصویرش نیز نصف می‌شود. $\Rightarrow \frac{\Delta_۲}{\Delta_۱} = \frac{p}{۲p} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow$ فاصله‌ی بین جسم تا تصویر $= \Delta \Rightarrow \begin{cases} \Delta_۱ = p + p = ۲p \\ \Delta_۲ = \frac{p}{۲} + \frac{p}{۲} = p \end{cases}$

۴۰- (۱) با توجه به خاصیت وارون جانبی در آینه‌ی تخت، BMW به شکل گزینه‌ی (۱) دیده می‌شود.



خلاقیت حرفه‌ای‌ها: به‌عنوان یک روش ساده، عبارتی که می‌خواهید وارون جانبی آن را رسم کنید از پشت صفحه به آن نگاه کنید، عبارتی که از پشت صفحه مشاهده می‌کنید، وارون جانبی عبارت موردنظر شما است.

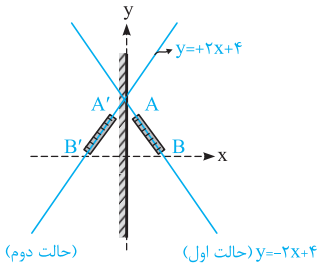
۴۱- (۴) با توجه به شکل مقابل و توجه به این موضوع که تصویر ساعت، همان قرینه‌ی ساعت نسبت به آینه است، ساعت وضعیت ۷ و ۱۰ دقیقه را نشان می‌دهد.



خلاقیت حرفه‌ای‌ها: به‌عنوان یک روش سریع‌تر، کافیست به این نکته توجه شود که جمع عدد اصلی ساعت و عدد تصویر ساعت در آینه، برابر ۱۲:۰۰ است.

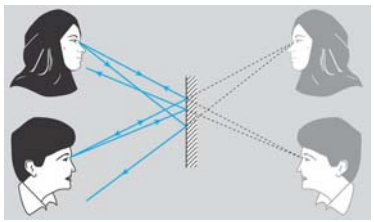
۱۰:۷ = عدد اصلی ساعت $\Rightarrow$ ۱۲:۰۰ = ۴:۵۰ + عدد اصلی ساعت

۴۲- (۴) با سؤال بسیار جالبی روبه‌رو شده‌ایم، که تکمیل کننده‌ی مفهوم سؤال قبل است. همان‌طور که می‌دانیم، برای رسم تصویر در آینه‌ی تخت کافیست قرینه‌ی جسم را نسبت به آینه‌ی تخت رسم کنیم. با توجه به این موضوع و با توجه به شکل مقابل، تصویر بر روی خط $y = +2x + 4$ منطبق می‌شود.



تذکر: این موضوع یعنی با قرار گرفتن جسم AB در مقابل آینه‌ی تخت فوق، عرض از مبدأ خط موردنظر برای تصویر جسم تغییر نکرد و شیب خط، قرینه‌ی حالت اول شد.

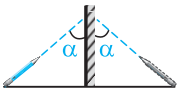
۴۳- (۱) برای پاسخ دادن به این تست، به موارد زیر توجه کنید:



۱) با توجه به اصل بازگشت نور، می‌توان گفت که نور هر مسیری را برود، می‌تواند همان مسیر را بازگردد. با توجه به این موضوع می‌توان نشان داد که اگر شخصی شما را در یک آینه‌ی تخت ببیند، شما نیز در همان آینه‌ی تخت می‌توانید او را ببینید.

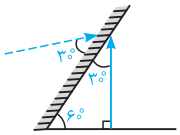
۲) به بیان دقیق‌تر می‌توان گفت وقتی شخصی تصویر ما را در آینه می‌بینند، ما هم می‌توانیم با توجه به شکل مقابل او را در آینه ببینیم اما میزان دید، به اندازه‌ی آینه، فاصله‌ی هریک از اشخاص از آینه، فاصله‌ی دو نفر از هم و ... بستگی دارد.

۴۴- (۲) با توجه به شکل مقابل اگر مداد با سطح آینه زاویه‌ی α بسازد، تصویر آن نیز با سطح آینه زاویه‌ی α می‌سازد و زاویه‌ی بین جسم و تصویر آن برابر 2α است.



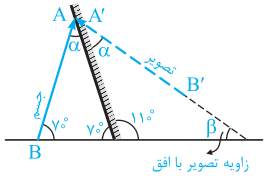
(زاویه‌ی جسم با سطح آینه) $2\alpha = 90^\circ \Rightarrow \alpha = 45^\circ$ $\Rightarrow$ جسم و تصویر بر هم عمود باشند.

۴۵- (۲) با توجه به شکل مقابل، با چسباندن جسم به آینه، زاویه‌ی بین جسم و آینه برابر ۳۰ درجه و زاویه‌ی بین جسم و تصویر آن برابر ۶۰ درجه است.



زاویه‌ی بین جسم و تصویر آن $= 2 \times 30^\circ = 60^\circ$

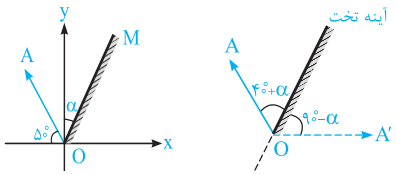
۴۶- (۱) می‌دانیم در آینه‌ی تخت، هر زاویه‌ای که جسم با آینه می‌سازد، تصویر نیز همان زاویه را با آینه می‌سازد. اگر AB را به آینه بچسبانیم، زاویه‌ی $A'B'$ با افق عبارت است از:



(زاویه‌ی جسم و تصویر با آینه) $70^\circ + 70^\circ + \alpha = 180^\circ \Rightarrow \alpha = 40^\circ$

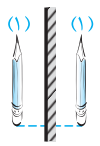
$\alpha = 40^\circ \Rightarrow \alpha + 110^\circ + \beta = 180^\circ \Rightarrow$ زاویه‌ی بین تصویر و افق $= \beta = 30^\circ$

۴۷- (۱) می‌دانیم در یک آینه‌ی تخت، زاویه‌ی بین جسم و آینه‌ی تخت برابر زاویه‌ی بین تصویر جسم و آینه است، بنابراین با توجه به شکل روبه‌رو می‌توان نوشت:

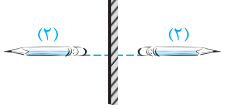


$\Rightarrow 40^\circ + \alpha = 90^\circ - \alpha \Rightarrow \alpha = 25^\circ$

۴۸- (۳)

حالت ۱ : 

$\Rightarrow$ زاویه‌ی بین امتداد جسم و تصویر در وضعیت (۱) $= 0$

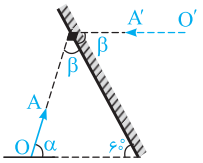
حالت ۲ : چرخش ۹۰ درجه‌ای مداد $\Rightarrow$ 

$\Rightarrow$ زاویه‌ی بین امتداد جسم و تصویر در وضعیت (۲) $= 2 \times 90^\circ = 180^\circ$

همان‌طور که مشاهده می‌شود، با دوران نشان داده شده زاویه‌ی بین امتداد جسم و تصویر، ۱۸۰ درجه افزایش می‌یابد.

۴۹- (۴) می‌دانیم در یک آینه‌ی تخت، زاویه‌ی بین جسم و آینه، با زاویه‌ی بین تصویر و آینه برابر است.

با توجه به شکل روبه‌رو داریم:



$$\begin{cases} \beta + \beta = 90^\circ \Rightarrow \beta = 45^\circ : \text{راستای تصویر بر راستای جسم عمود است.} \\ \alpha + B + 60^\circ = 180^\circ \Rightarrow \alpha = 75^\circ \end{cases}$$