

(ریاضی و آمار (۱)، معادله درجه دوم)
تابع سود: $p(x) = R(x) - C(x)$

۱۰۱ - (۳)

$$p(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 1x - 3x - b = -\frac{1}{4}x^2 + 4x - b$$

$$p(x) = 0 \rightarrow -\frac{1}{4}x^2 + 4x - b = 0$$

$$x_1, x_2 \text{ فاصله: } x_2 - x_1 = 12$$

x_1 و x_2 طول دو تخته سربس

$$\text{مجموع جواب ها} = x_2 + x_1 = \frac{-4}{-\frac{1}{4}} = 16$$

$$\begin{cases} x_2 - x_1 = 12 \\ x_2 + x_1 = 16 \end{cases} \Rightarrow 2x_2 = 28 \Rightarrow x_2 = 14$$

$$x_2 = 14 \rightarrow -\frac{1}{4}(14)^2 + 4 \times 14 - b = 0 \Rightarrow b = 7$$

(ریاضی و آمار (۱)، معادله درجه دوم)

۱۰۲ - (۳)

ابتدا صورت کسری را از آنکاد مندرج تجزیه میکنیم:

$$\frac{(2x - (2 - x))(2x + (2 - x))}{x + 2} - 2 = \frac{v}{x}$$

$$\Rightarrow \frac{(3x - 2)(x + 2)}{x + 2} - 2 = \frac{v}{x} \Rightarrow 3x - 4 = \frac{v}{x}$$

$$\Rightarrow 3x^2 - 4x - v = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = \frac{v}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x_2 + x_1 = \frac{v}{3} - 1 = \frac{10}{3}$$

(۲) - ۱۰۳ (تابع f ، \mathbb{R} ، (1) ، تابع)

$$f(-99) = -\frac{1}{9} \times (-99) + 9 = 20, a$$

$$f(-98) = -\frac{1}{9} \times (-98) + 9 = 20$$

\vdots

$$f(99) = -\frac{1}{9} \times 99 + 9 = -20, a$$

$$f(100) = -\frac{1}{9} \times 100 + 9 = -20$$

مجموعه اعداد $= \frac{20, a + 20 + \dots + (-20, a) + (-20)}{100} = 0, a$

(۲) - ۱۰۴ (تابع f ، \mathbb{R} ، (2) ، تابع)

$$\frac{-2}{3} < x < -\frac{1}{3} \Rightarrow |x| = -x \Rightarrow y = [-2x - x] + x = [-3x] + x$$

$$\xrightarrow{x=1} 2 > x > 1 \Rightarrow [-3x] = 1$$

$$\Rightarrow y = 1 + x$$

(۴) - ۱۰۵ (تابع f ، \mathbb{R} ، (1) ، تابع، (2) ، تابع)

$$\frac{ax^3 + 2x}{x+1} = \frac{x^3 - x}{1} \Rightarrow ax^3 + 2x = x^3 - x + x^3 - x$$

$$\Rightarrow (a-1)x^3 + 3x = 0 \Rightarrow x((a-1)x^2 + 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ (a-1)x^2 = -3 \end{cases}$$

$a < 1$ $\Rightarrow a-1 < 0$ \Rightarrow $(a-1)x^2 = -3$ \Rightarrow $x^2 = \frac{-3}{a-1}$ \Rightarrow $x = \pm \sqrt{\frac{-3}{a-1}}$

۱۰۶- (۴) (ریاضی و آمار (۱) تابع)

سهی از نقاط (۰، ۰) و (۱، ۱) عبور کرده و دهانه سهی رو به پایین است.

$$f(x) = -(x-1)^2 + 1 \quad \text{پس:}$$

خط از نقاط (۰، ۰) و (۱، ۱) عبور کرده پس:

$$m = \frac{0-1}{1-0} = -1 \Rightarrow g(x) = -x + 1$$

$$\Rightarrow f(x) = g^2(x) \Rightarrow -(x-1)^2 + 1 = (-x+1)^2$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 4x + 1 = 0 \quad \xrightarrow{\text{ریشه ها: } ax^2+bx+c=0}$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$\text{مجموع ریشه ها} = \frac{-(-4)}{2} = 2$$

۱۰۷- (-)

$$f = \left\{ (1, 3), (1, 2), (1, 1), (0, 2), (0, 1), (0, 0) \right\} \cup \left\{ (2, 4), (2, 3), (2, 2), (1, 0), (0, 0) \right\}$$

$$\cup \left\{ (2, 4), (2, 3), (2, 2) \right\}$$

اجتماع دو مجموعه ۹ عضو متمایز دارد اما چون $(1, 0) \in f$ و $(0, 0) \in f$ شرط

تابع بودن f برقرار نیست.

$$f(x) = a \left(\frac{1}{x}\right)^n + b$$

$$\underline{(-1, 0)} \rightarrow a(1) + b = 0$$

$$\underline{(0, 2)} \rightarrow a \times 1 + b = 2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2a + b = 0 \\ -a - b = -2 \end{cases} \Rightarrow a = -2 \Rightarrow b = 4$$

$$\Rightarrow f(x) = -2 \left(\frac{1}{x}\right)^2 + 4 \Rightarrow f(1) = -2 \left(\frac{1}{1}\right)^2 + 4 = 2$$

$$r^{\frac{1}{n}} \times r^{\frac{1}{n}} \times \dots \times r^{\frac{1}{n}} = r \quad \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n} + \dots + \frac{1}{n}\right)$$

حاصل جمع در توان به یک مجموع v جمله اول دنباله هندسی با $a = \frac{1}{r}$ و $r = \frac{1}{r}$ است.

$$S_v = \frac{\frac{1}{r} (1 - (\frac{1}{r})^v)}{1 - \frac{1}{r}} = \frac{\frac{1}{r} (1 - \frac{1}{128})}{\frac{1}{r}} = \frac{127}{128}$$

$$\Rightarrow \text{عبارت} = r^{\frac{127}{128}}$$

$$\left(x - \frac{r}{2}\right), y, (x), z, (rx) \Rightarrow x^2 = rx \left(x - \frac{r}{2}\right)$$

$$\Rightarrow x^2 = rx^2 - \frac{r^2}{2}x \Rightarrow rx^2 - \frac{r^2}{2}x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=2 \end{cases} \quad \begin{matrix} \text{عقده} \\ \text{عقده} \end{matrix}$$

$$y^2 = x \left(x - \frac{r}{2}\right) = 2 \left(2 - \frac{r}{2}\right) = 1 \Rightarrow y = \pm 1$$

$$z^2 = x \times rx = rx^2 = rx \times 2 = 16 \Rightarrow z = \pm 4$$

$$\Rightarrow |x| + |y| + |z| = 2 + 1 + 4 = 7$$

(رابطه دایره، ۳، الگوهای خطی)

(۱) - ۱۱۱

$$S_{10} = -29 \Rightarrow \frac{10}{2} (2a_1 + 9d) = -29$$

$$\Rightarrow 10a_1 + 45d = -29$$

$$\frac{a_{10}}{a_9} = 4 \Rightarrow \frac{a_1 + 9d}{a_1 + 8d} = 4 \Rightarrow 5a_1 + 14d = 0$$

$$\begin{cases} 10a_1 + 45d = -29 \\ -5a_1 - 32d = 0 \end{cases} \Rightarrow 13d = -29 \Rightarrow d = -\frac{29}{13}$$

$$5a_1 - 32d = 0 \Rightarrow a_1 = \frac{32d}{5}$$

$$a_{11} = a_1 + 10d = \frac{32d}{5} - 29 = -\frac{41}{5} = -8.2$$

(رابطه دایره، الگوهای خطی)

(۲) - ۱۱۲

$$a_{14} = \frac{1}{a_{15}} + 1 \Rightarrow \frac{1597}{987} + 1 \Rightarrow \frac{1}{a_{15}} = \frac{410}{987}$$

$$\Rightarrow a_{15} = \frac{987}{410}$$

$$a_{15} = \frac{1}{a_{16}} + 1 \Rightarrow \frac{987}{410} - 1 = \frac{1}{a_{16}}$$

$$\Rightarrow a_{16} = \frac{410}{577}$$

۱۱۳- (۲) (ریاضی و آمار (۲)، آشنایی با منطق و استدلال ریاضی)
 اگر گزاره $(p \vee q) \Rightarrow (q \vee r)$ نادرست باشد، پس $(p \vee q)$ درست و $(q \vee r)$ نادرست
 است و نتیجه می گیریم که p درست و q و r نادرست هستند و هر چه در گزینه نیز نادرست است
 اگر فرض کنیم که $(p \vee q) \Rightarrow (q \vee r)$ به اشتباهی درست و r نادرست باشد پس
 ~~p و q نادرست و r درست است و هر چه در گزینه نیز درست هستند.~~
 حال اگر فرض کنیم ~~p و q درست و r نادرست باشد گزاره سوال و گزینه ها (۱) و (۳) و (۴) درست هستند و گزینه (۲) نادرست است.~~

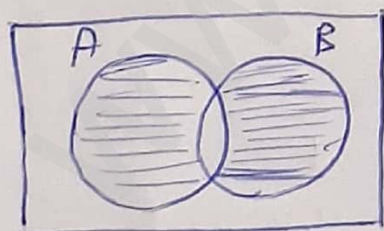
۱۱۴- (۱) (ریاضی و آمار (۲)، آشنایی با منطق و استدلال ریاضی)

$$\begin{cases} \sim p \Rightarrow q \equiv T \\ p \Rightarrow q \equiv T \end{cases}$$

بنابراین باید q درست باشد
 و گزاره p دلخواه است.

بنابراین تنها گزاره مرکب گزینه (۱) همواره درست است.

۱۱۵- (۳) (ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال)



$$(A - B) \cup (B - A)$$

چون سهم مهمت هاتر خود را برابر $A \cap B$ است، پس باید $A \cup B = S$ باشد.

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال)

۱۱۶ - (۴)

$$n(S) = \binom{10}{4} = \frac{10!}{4! \times 6!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 210$$

پیشامد A' مستقیم نیست و خواسته شده یعنی آن که ۴ - از یک موقع باشند که فقط می‌توانند ریاضی باشند.

$$n(A') = \binom{5}{4} = 5$$

$$\Rightarrow P(A') = \frac{5}{210} \Rightarrow P(A) = 1 - \frac{5}{210} = \frac{205}{210} = \frac{41}{42}$$

(ریاضی و آمار (۱)، کاربردهای آماری)

۱۱۷ - (۴)

مقایسه فاصله‌ای

(ریاضی و آمار (۱)، کاربردهای آماری)

۱۱۸ - (۴)

چون ۹۶ درصد داده‌های خواهم پس به فاصله دو انحراف معیار از میانگین قرار می‌گیرد

$$s^2 = 36 \Rightarrow s = 6$$

$$\Rightarrow (152 - 12, 152 + 12) = (140, 164)$$

(ریاضی و آمار (۱)، نمایش داده‌ها)

۱۱۹ - (۱۱)

$$Q_3 - Q_1 = 25, \quad \min = 3$$

$$Q_1 - \min = 24 \Rightarrow Q_1 = 24 + 3 = 27 \Rightarrow Q_3 = 25 + 27 = 52$$

$$Q_1 - \min = 38 \Rightarrow Q_1 = 38 + 3 = 41 \Rightarrow Q_3 = 41 + 25 = 66$$

$$\text{مجموع مقادیر ممکن} = 52 + 66 = 118$$

(رایجی و آمار، (۲)، (۱)، (۳))

(۴) - ۱۲۰

$$\bar{x} = \frac{1+2+3+4+5+6+7}{7} = 4$$

$$\bar{y} = \frac{1+x+5+y+15+10+12}{7} = \frac{x+y+50}{7}$$

معادله خط را از نقطه میانگین و نقطه آخر می نویسیم :

$$m = \frac{\frac{x+y+50}{7} - 12}{4 - 7} = \frac{\frac{x+y+50}{7} - 12}{-3} = 4 - \frac{x+y+50}{21}$$

$$y - 12 = 4 - \frac{x+y+50}{21} (x - 7)$$

$$(9, 1) \rightarrow 1 - 12 = 4 - \frac{x+y+50}{21} (9 - 7)$$

$$\Rightarrow -11 = \left(4 - \frac{x+y+50}{21} \right) \times 2$$

$$\Rightarrow 4 = \frac{x+y+50}{21} \Rightarrow x+y = 21 \times 4$$